1から3の設問全てに解答せよ．解答は解答用紙の指定の箇所にのみ記入せよ．

1 図１－１に示す回路において，100 V の直流電圧源 V，5 kΩ の抵抗 R_1，20 kΩ の抵抗 R_2，容量 20 μF のコンデンサ C_1，容量 5 μF のコンデンサ C_2 として，十分長い時間端子 A にあったスイッチ S を t=0 で端子 B に切り換えた．なお，C_2 の初期電荷はないものとする．以下の問いに答えよ．すべての答えには，数値とともに適切な単位を付けること．答えのみを解答欄の指定した箇所に記入せよ．

〔1〕 スイッチを切り換える直前における V_{C1}，V_{C2} および V_{R2} を求めよ．

〔2〕 スイッチを切り換えた直後における V_{C1}，V_{C2} および V_{R2} を求めよ．

〔3〕 $t \geqq 0$ において，$V_{R2}(t)$の時定数 τ を求め，$V_{R2}(t)$の式を示せ．

〔4〕 $t \geqq 0$ において，電流 $i(t)$ を求めよ．

〔5〕 $t \geqq 0$ において，上問〔4〕の答えを参考にして $V_{C1}(t)$，$V_{C2}(t)$を求めよ．

〔6〕 t=0，t=∞それぞれにおけるコンデンサ C_1，C_2 に蓄積されたエネルギーの和を求めよ．

〔7〕 t=0 から∞までに，抵抗 R_2 で消費されたエネルギーと，t=∞における両コンデンサ C_1，C_2 に蓄積されたエネルギーの和は，スイッチ切り換え前に両コンデンサ C_1，C_2 に蓄積された総エネルギーと等しいことを示せ．

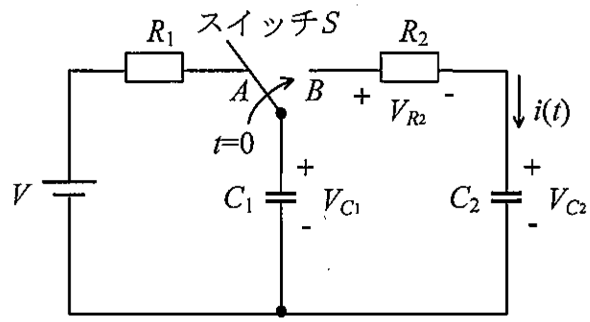

図１－１

整理番号
9

2022年度4月入学（2021年度10月入学含む）東京農工大学工学府博士前期課程

問 題 用 紙　　電気電子工学基礎

（電気電子工学専攻）

受験番号	MC－

2

〔1〕 図２－１に示すように，半径 a の円形ループ導線 #1，#2 が z 軸を中心として平行に置かれており，各導線にはそれぞれ矢印の方向に一定の定常電流 I_1, I_2 が流れている．#1 は x-y 平面上に，#2 は $z=-b$ の平面内にある． #1 と同じ面内に抵抗 R が繋がれた πa^2 に比べて十分小さな面積 S を持つ円形ループ導線 #3 を置いた．以下の問いに答えよ．ただし，全ての導線は十分細いとする．また，抵抗の物理的大きさは十分小さく周囲の磁界を乱さないとする．空間の透磁率は μ_0 とする．

(1) 空間内の任意の閉曲線 C に沿って流れる定常電流に対するビオ・サバールの法則を解答欄に収まる範囲で説明せよ．数式を用いても良いが数式に用いる記号等はすべて説明すること．ただし，電流の大きさは一定であるとする．

(2) $I_1=I_2=I_0$ ($I_0>0$)とする．ビオ・サバールの法則を用いて z 軸上の点 $(0, 0, z)$ における磁束密度を求めよ．

(3) #1 と#3 の間の相互インダクタンスを求めよ．

(4) $I_1=I_0$ ($I_0>0$)，$I_2=0$とし，#3 を図２－１の位置から一定の速度 v で$+z$ 方向に動かすと，#3 に電流が流れた．電流は，$z=z_0$ ($z_0>0$) において大きさが最大となった．z_0 を求めよ．答えを導く過程も示すこと．

〔2〕 図２－２に示すような定電圧源 V に繋がれた，極板の距離 d，面積 ab の平行平板コンデンサがある．コンデンサ内には異なる誘電率 ε_1, ε_2（$\varepsilon_2 \geq \varepsilon_1 \geq 1$）の誘電体が装填されているとする．以下の問いに答えよ．ただし，平行平板コンデンサは十分薄く縁端効果は無視できるものとする．

(1) コンデンサの静電容量を求めよ．

(2) 静電エネルギーを求めよ．

(3) コンデンサ内に装填されている誘電体の境界面（ $x=x_0$ ）には x 軸に平行な方向に力 F が働いている．この力の大きさと向きを求めよ．答えを導く過程も示すこと．

(4) $F=0$ となる条件を求めよ．ただし，上問(3)の結果を用いない場合は，物理的理由をごく簡単に説明した後に，$F=0$ となる条件を記せ．

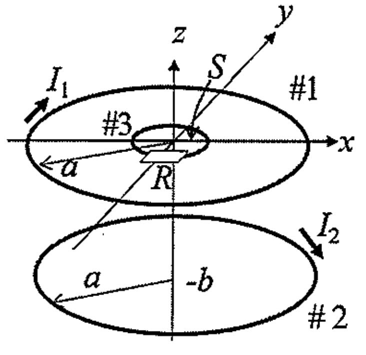

図 2－1

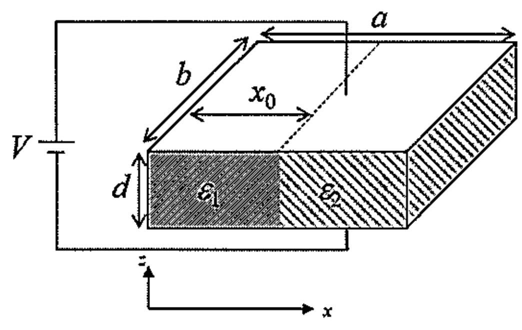

図 2－2

受験番号	MC－

3

〔1〕xの関数$y_1(x)$, $y_2(x)$についての連立微分方程式

$$\begin{cases}\dfrac{d^2y_1(x)}{dx^2} = y_1(x) - 2y_2(x)\\ \dfrac{d^2y_2(x)}{dx^2} = 4y_1(x) + 7y_2(x)\end{cases}$$

を解きたい．ただし，$y_1(0) = y_2(0) = 0$, $\left.\dfrac{dy_1(x)}{dx}\right|_{x=0} = 2\sqrt{15}$, $\left.\dfrac{dy_2(x)}{dx}\right|_{x=0} = -8\sqrt{15}$

である．以下の問いに答えよ．

（1）$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix}1 & -2\\ 4 & 7\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{p}_1 = \begin{bmatrix}p_{11}\\ p_{21}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{p}_2 = \begin{bmatrix}p_{12}\\ p_{22}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{T}\boldsymbol{p}_1 = \lambda_1\boldsymbol{p}_1$, $\boldsymbol{T}\boldsymbol{p}_2 = \lambda_2\boldsymbol{p}_2$, $|\lambda_1| > |\lambda_2|$, $p_{11} = p_{12} = 1$

とする．λ_1, λ_2, $\boldsymbol{p}_1$, $\boldsymbol{p}_2$を求めよ．

（2）$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\ p_{21} & p_{22}\end{bmatrix}$とする．$\boldsymbol{P}^{-1}$を求めよ．ただし，$\boldsymbol{P}^{-1}$の各成分は数値で記せ．

（3）$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\end{bmatrix}$とする．$\boldsymbol{T}$を$\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{P}$を用いて表せ．

（4）$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix}z_1(x)\\ z_2(x)\end{bmatrix} = \boldsymbol{P}^{-1}\begin{bmatrix}y_1(x)\\ y_2(x)\end{bmatrix}$とする．$\boldsymbol{z}$を求めよ．ただし，解答には指数関数または双曲線関数を用いよ．

（5）$y_1(x)$, $y_2(x)$を求めよ．

〔2〕tの関数$f(t)$が$f(-t) = f(t)$, $f(t) = f(t+2)$を満たし，$-1 \le t \le 0$の範囲の式は以下である．

$$f(t) = t + 1 \ (-1 \le t \le 0)$$

以下の問いに答えよ．

（1）$-3 \le t \le 3$の範囲で$y = f(t)$のグラフをかけ．グラフに極大値，極小値があれば，その点の座標 (t, y)を明記せよ．

（2）$f(t)$を以下の式①のように級数展開したとき，a_0およびa_n $(1 \le n)$を求めよ．

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\pi t) \qquad \cdot\cdot\cdot 式①$$

（3）ある実関数$g(t)$が以下で与えられている．

$$g(t) = \frac{A}{2} + B\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + C\cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right)$$

このとき，$\int_{-T/2}^{T/2} |g(t)|^2 dt$ を求めよ．

（4）式①のa_0およびa_n $(1 \le n)$に対し，以下の式の値を数値で答えよ．

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$$